

Mecklenburg-Vorpommern



Dieses Dokument kann strukturelle Abweichungen vom derzeit gültigen Abitur aufweisen. Dennoch können Inhalte und Kompetenzen dieser Aufgaben einen wertvollen Beitrag in der Prüfungsvorbereitung leisten.

MUSTERABITUR 2022

Mathematik (CAS)

Grundkurs

Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)

Aufgabenwahl: Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.

Der Prüfungsteilnehmer erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet vier Pflichtaufgaben und drei Wahlaufgaben. Der Prüfling muss neben den Pflichtaufgaben eine der drei Wahlaufgaben bearbeiten. Je Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten erreichbar.

Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfungsteilnehmer die komplexen Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Die komplexen Aufgaben beinhalten vier Pflichtaufgaben. Dabei sind in den zwei Aufgaben zur Analysis 10 und 35 Bewertungseinheiten erreichbar, in den zwei Aufgaben zur Geometrie sind es 10 und 20.

Bearbeitungszeit: Allen Prüfungsteilnehmern steht eine Bearbeitungszeit von 225 Minuten zuzüglich 30 Minuten für die Aufgabenauswahl zur Verfügung.

Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 90 Minuten betragen.

Hilfsmittel: Für die Bearbeitung der Aufgaben sind zugelassen:

- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
- ein an der Schule zugelassenes Computeralgebrasystem (CAS),
- Zeichengeräte,
- ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung.

Schülerinnen und Schüler, deren Muttersprache nicht die deutsche Sprache ist, können als zusätzliches Hilfsmittel ein zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter Form verwenden. Näheres regelt die Schule.

Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und CAS nicht zulässig.

Sonstiges: Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

Bearbeitet ein Prüfungsteilnehmer mehr als eine Wahlaufgabe, so wird eine bzw. die Aufgabe gewertet, welche die höchste Punktzahl erbringt. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden.

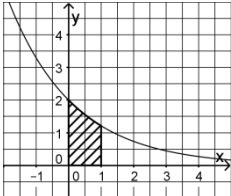
Bewertungstabelle – Grundkurs, Teile A und B

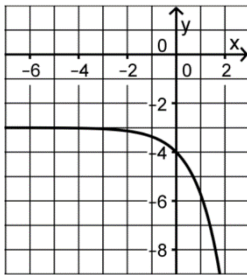
Bewertungseinheiten	Punkte
95 bis 100	15 Punkte
90 bis 94	14 Punkte
85 bis 89	13 Punkte
80 bis 84	12 Punkte
75 bis 79	11 Punkte
70 bis 74	10 Punkte
65 bis 69	09 Punkte
60 bis 64	08 Punkte
55 bis 59	07 Punkte
50 bis 54	06 Punkte
45 bis 49	05 Punkte
40 bis 44	04 Punkte
33 bis 39	03 Punkte
27 bis 32	02 Punkte
20 bis 26	01 Punkt
0 bis 19	00 Punkte

Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

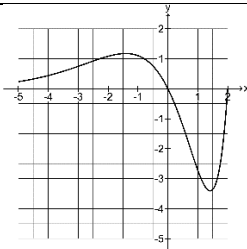
Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.
Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil A Erwartungshorizont

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$	2	
1.2	$\int_{-2}^0 (x^3 + 2x^2) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right]_{-2}^0 = \frac{4}{3}$	3	
2.1	$f(0) = 2, f'(0) = -1$ Damit: $y = -x + 2$	2	
2.2	 Term: $\int_0^1 f(x) dx$	3	
3.1	$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{AB} \neq r \cdot \vec{AC} \text{ für alle } r \in \mathbb{R}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AC}, s, t \in \mathbb{R}$	3	
3.2	$\vec{AB} \circ \vec{BD} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (d - 1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 5 = 0 \Leftrightarrow d = -\frac{1}{3}$	2	
4.1	$ \vec{AB} ^2 = \sqrt{25}^2 = 25$	2	
4.2	$\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot h = 50 \Leftrightarrow h = 6$ mögliche z-Koordinate: 10	3	
	Summe:	20	

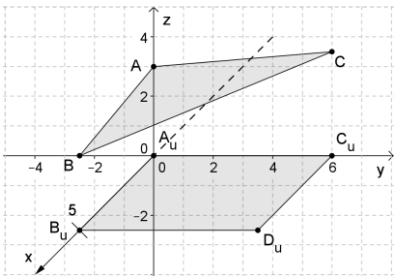

Aufgabe	Wahlaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Der Graph von f ist eine nach unten geöffnete Parabel, die bei $t = 0$ und $t = 4$ die t -Achse schneidet, d. h. es gilt $f(t) > 0$ für $0 < t < 4$.	3	
5.2	$2 + \int_0^t f(x) dx = 7$	2	
6.1	Graph II Begründung: Graph I schneidet für ein $x \in [-7; -6]$ die x -Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so müsste Graph II für dieses $x \in [-7; -6]$ einen Extrempunkt haben. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar.	2	
6.2	$h(x) = -e^x - 3$ 	3	
7.1	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 3, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ Damit: $(-4 6 6)$	2	
7.2	Das Dreieck ABC ist in C rechtwinklig. C liegt also auf dem Thaleskreis über \overline{AB} , d. h. der Mittelpunkt $M(0 2 1)$ von \overline{AB} hat von A, B und C den gleichen Abstand. Alle weiteren Punkte mit dieser Eigenschaft liegen auf der Lotgerade zur yz -Ebene durch M, beispielsweise der Punkt $(1 2 1)$.	3	
	Summe:	5	

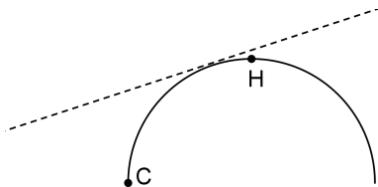
Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f_t(0) = 0$	1	
1.2		2	
1.3	$f_t'(-3) = 0 \rightarrow t = -\frac{3}{2}$	2	
1.4	$2022 = \left \frac{1}{2} \cdot a \cdot f_2(a) \right \Rightarrow a \approx 4,44$	3	
1.5	$f_t(x) = f_t'(x) \cdot x \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = t - 1$ Für $t = 1$ gibt es nur eine Ursprungsgerade.	2	
	Summe:	10	

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
2.1	$u(x) = v(x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{8}{3}$ $u(0) = 0, u\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{64}{27}$	3	
2.2	Es gilt $v'\left(\frac{8}{3}\right) = 0$ und $v''\left(\frac{8}{3}\right) < 0$, d. h. Q ist Hochpunkt des Graphen von v.	3	

2.3	<p>I: Die Aussage ist falsch, da $u'(2) > v'(2)$.</p> <p>II: Die Aussage ist richtig, da die Graphen von u und v den Punkt P gemeinsam haben und $u(x) < v(x)$ für alle $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$ gilt.</p>	4	
2.4	<p>Für $x \leq 0$ gilt $v(x) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = -1$.</p> <p>Ausdehnung in x-Richtung: $1 + \frac{8}{3} \approx 3,7$</p> <p>Ausdehnung in y-Richtung: $\frac{64}{27} - u(-1) \approx 2,5$</p>	5	
2.5	<p>Die Lösung der Gleichung $v(x) = \frac{5}{4}$ für $0 < x \leq \frac{8}{3}$ wird mit x_1 bezeichnet, die Lösung der Gleichung $u(x) = \frac{5}{4}$ mit x_2.</p> $\int_{-1}^{x_1} (v(x) - u(x)) dx + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{5}{4} - u(x)\right) dx \approx 1,4$	6	
2.6.1	Der Wendepunkt des Graphen von u_k ist $(0 0)$. Es gilt $u'_k(0) = 0$.	2	
2.6.2	$u_k(-1) = \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = 2$	3	
2.6.3	Mit zunehmendem Wert von k bewegt sich die Kopfspitze in negative x-Richtung und dabei für $k \leq 1$ in positive y-Richtung und für $k \geq 1$ in negative y-Richtung.	2	
2.6.4	<p>I: $u_k\left(\frac{8}{k+2}\right) > \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{10-4\sqrt{5}}{5} < k < \frac{10+4\sqrt{5}}{5}$</p> <p>II: Für $k > 0$ gilt: $v'\left(\frac{8}{k+2}\right) = 0 \Leftrightarrow k = 1$</p> <p>III: Die x-Koordinate des Hochpunkts des Graphen von v ist unabhängig von k. Mit zunehmendem Wert von k bewegt sich der Schnittpunkt der Graphen von u_k und v in negative x-Richtung. Mit I und II folgt: $1 \leq k < \frac{10+4\sqrt{5}}{5}$</p>	7	
	Summe:	35	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
3.1		3	
3.2	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC} \text{ liefert } x = \frac{5 \cdot (y - 12 \cdot (z - 3))}{6} \text{ und damit}$ $E: 6x - 5y + 60z = 180$	3	
3.3	$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 60 \end{pmatrix}} \text{ liefert } \varphi \approx 7,4^\circ.$ <p>Der Neigungswinkel beträgt etwa 7 Grad.</p>	2	
3.4		2	
	Summe:	10	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
4.1	$\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB} = 0$	3	
4.2	$\left(3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 3,5^2 \cdot \pi\right) \cdot 140 \approx 7839, \text{ d. h. das Volumen beträgt etwa } 7800 \text{ m}^3.$	3	
4.3	$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{CA} + u \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; t, u \in \mathbb{R}$ <p>Das daraus resultierende Gleichungssystem</p> <p>I $x = 7 + 3,5t$ II $y = -u$ III $z = 4 - 3,5t$</p> <p>liefert $x + z = 11$.</p>	3	
4.4	<p>Der Mittelpunkt der Dachfläche wird durch den Punkt $M(5,25 -70 5,75)$ dargestellt.</p> <p>Mit $\overrightarrow{MK} = \begin{pmatrix} 24,75 \\ 90 \\ -4,25 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\sin \varphi = \frac{ \overrightarrow{MK} \circ \vec{n} }{ \overrightarrow{MK} \cdot \vec{n} }$,</p> <p>d. h. $\varphi \approx 8,9^\circ$</p>	4	
4.5	 <p>H stellt einen der Punkte der Dachkonstruktion dar, die am höchsten über dem Boden des Gebäudes liegen, die gestrichelte Linie eine von der Kamera ausgehende Sichtlinie.</p>	2	

4.6	<p>Gerade durch K und die Punkte, die die Positionen der Flugzeugspitze beschreiben:</p> $i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix}; v \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 0 \\ 10,9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>liefert $s \approx 1,244$.</p> <p>Damit ergibt sich eine Höhe von etwa $1,244 \cdot 350 \text{ m} \approx 435 \text{ m}$.</p>	5	
	Summe:	20	

Teil A Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	2					I		2		
1.2	3					II	I	1	2	
2.1	2		I			I		2		
2.2	3		II		II	I			3	
3.1	3	II				I		2	1	
3.2	2	II	II			II			2	
4.1	2		I			I		2		
4.2	3	II	II			II		1	2	
5.1	3	III	III	II					1	2
5.2	2		II	III		II			1	1
6.1	2	II	II		II				2	
6.2	3		III		II	II				3
7.1	2		II			II			2	
7.2	3	III	III				II			3

Teil B Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	1	I				I		X		
1.2	2				I	I		X		
1.3	2		II			II			X	
1.4	3		II		II	II			X	
1.5	2	II	III			II	III			X
2.1	3					I		X		
2.2	3	I				I		X		
2.3	4	II	II		II	I			X	
2.4	5	II	II	I	I	I			X	
2.5	6		II	I		II			X	
2.6.1	2					I		X		
2.6.2	3		II	I	I	I			X	
2.6.3	2				I	I	I	X		
2.6.4	7	III	III	I		II				X
3.1	3			I	I	I		X		
3.2	3					II			X	
3.3	2		II	II		I			X	
3.4	2	II	III	II	III					X
4.1	3	I			I	I		X		
4.2	3		I		I	I		X		
4.3	3				I	II	I		X	
4.4	4			I	I	II			X	
4.5	2	II			II		I		X	
4.6	5		III	III		III				X